(0)

összefoglalás relaxációs folyamatokra

ha $t_{relax} > t_{Hubble} = 10^{10}$ yr

akkor ütközésmentes relaxáció & fázis keveredés

- energia megmarad, de violent-relaxáció
- tömeg független végállapot

ha $t_{relax} < t_{Hubble}$

akkor ütközéses relaxáció

- energia kicserélődik és ekvipartícióra törekszik
- tömegfüggő végállapot

ez bekövetkezik gömbhalmazoknál
nyílt halmazoknál
galaxismagnál

formálisan "ütközéses" relaxáció a két-test korreláció miatt

fázistérben diffúziós egyenlet adja meg az időfejlődést

Brown-mozgás
sok-kis perturbáció adódik össze

végső egyensúly entrópia-maximum

↳ gravothermikus összeomlás

↳ kettős csillag képződés állítja meg

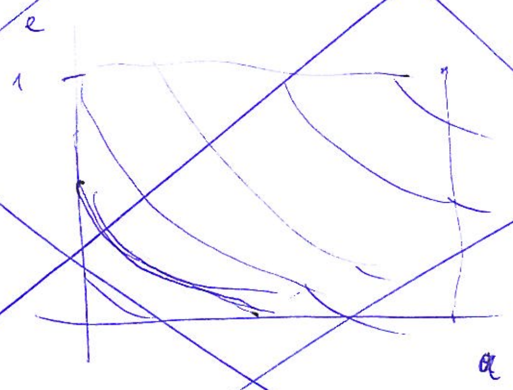
↳ kilökdösik a csillagokat

"evaporáció"

$M < 10^4 M_\odot$ elpárolognak

$M > 10^4 - 10^6$ stabil de $M > 10^7$ beesik középre

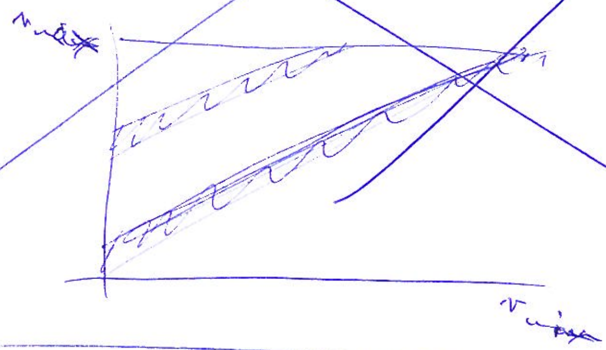
$$S = \partial_r W + \cancel{L_z g} \; L g + L_z h - \phi_{int}$$



$r_{max} = a(1+e)$

$a \cdot e = \text{fixed}$

$e = \frac{r_{max}}{a} - 1$



1

$$m \omega^2 a = \frac{G m M}{a^2}$$

$$\frac{4\pi^2 a}{T^2} = \frac{G M}{a^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

$$t_{bezuhanás} \approx \frac{1}{2} T = \pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} =$$

$$= \pi \sqrt{\frac{(L/2)^3}{G \frac{4\pi}{3} L^3 \rho}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{32 G \rho}} \Rightarrow \text{független } L\text{-től}$$

(2)

$t_{\text{bezuhanás}} \approx \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$

$t_{\text{szökés}} \simeq \frac{L}{\sigma}$

$t_{\text{bezuhanás}} = t_{\text{szökés}}$

stab. határa $\sqrt{\frac{3\pi}{32 G\rho}} = \frac{L}{\sigma}$

$L_{\text{Jeans}} = \sqrt{\frac{3\pi\sigma^2}{32 G\rho}}$

$L > L_{\text{Jeans}} \Rightarrow$ bezuhanás gyorsabb instabil

$L < L_{\text{Jeans}} \Rightarrow$ kiszökés gyorsabb stabil

$\boxed{\text{nem-forgó tányérra}}$ $M = L^2 \pi \cdot \Sigma$

$t_{\text{bezuhanás}} = \pi \sqrt{\frac{L^3}{8GM}} = \sqrt{\frac{L\pi}{8G\Sigma}} \sim L^{1/2}$

stabilitás határa

$\sqrt{\frac{L\pi}{8G\Sigma}} = \frac{L}{\sigma}$

$L_{\text{Jeans}} = \frac{\pi\sigma^2}{8G\Sigma} \Rightarrow$ összeesés ha $L > L_{\text{Jeans}}$

---

forgó tányérra tányér szélén $\Omega(r) = \Omega$

centrifugális gyorsulás $\Omega_1^2 L_1$

impulzusmomentum $J = \Omega L^2 = \Omega_1 L_1^2$

gravitációs gyorsulás: $a_g = \frac{GM_1}{L_1^2} = G'$

a diszk sugara L_1-re változik ha ~~egy másik sugárra~~ kerül a részecske

3.

Forgó diszk:

tömeg $M = R^2 \pi \Sigma$

imp. nyomaték: $\mathcal{J} = \Omega R^2 = \cancel{} \, \omega^2 r^2$ diszk sugara változzon $L \to L_1$-re

ω-val együttforgó rendszerben

$$a_{CF} = \omega^2 r = \Omega^2 \frac{R^4}{r^4} r = \Omega^2 \frac{R^4}{r^3}$$

$$a_{gr} = \frac{GM}{r^2} = \frac{G R^2 \pi \Sigma}{r^2}$$

stabil egyensúly feltétele:

$$a_{CF}(r) = a_{CF}(R) + \left.\frac{d a_{CF}}{dr}\right|_{r=R} \Delta r + \dots$$

$$a_{gr}(r) = a_{gr}(R) + \left.\frac{d a_{gr}}{dr}\right|_{r=R} \Delta r + \dots$$

$$\left.\frac{d a_{CF}}{dr}\right|_{r=R} \lesseqgtr \frac{d a_{gr}}{dr}$$

$$-3 \Omega^2 R^4 \left.\frac{1}{r^4}\right|_{R=r} \lesseqgtr -2 \left.\frac{G R^2 \pi \Sigma}{r^3}\right|_{r=R}$$

$$-3 \Omega^2 \lesseqgtr -2 G \pi \Sigma \frac{1}{R}$$

$$R = L_{Jeans} = \frac{2 \pi G \Sigma}{3 \Omega^2}$$

összeesés ha $R < R_{Jeans}$

lokális stabilitás $R > R_{Jeans}$

4.

Forgó + sebesség diszp.-val bíró disk:

instabil ha $L_{Jeans,\,disp.} < L < L_{Jeans,\,rot}$

$L < L_{Jeans,\,disp.}$
sebesség diszperzió stabilizál

$L_{Jeans,\,rot} < L$
forgás stabilizál

Határ:

$$L_{Jeans,\,d} \overset{!}{=} L_{Jeans,\,rot}$$

$$\frac{\pi \sigma^2}{8 G \Sigma} = \frac{2\pi G \Sigma}{3 \Omega^2}$$

$$\sigma = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{G \Sigma}{\Omega}$$

Nem tud összeesni sehol ha $\sigma > \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{G\Sigma}{\Omega}$ mindenhol

(5)

Gázkorong ~~Ütközésmentes esetben~~ stabilitás

$$\frac{dv}{dt} = -\nabla\phi - \frac{\nabla p}{\rho}$$

$$\frac{\partial v_R}{\partial t} + v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{v_\phi}{R}\frac{\partial v_R}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{R} = -\frac{\partial \Phi}{\partial R} - \frac{1}{\Sigma}\frac{\partial p}{\partial R}$$

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_R \frac{\partial v_\phi}{\partial R} + \frac{v_\phi}{R}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\phi v_R}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \frac{1}{\Sigma R}\frac{\partial p}{\partial \phi}$$

$$p = K\Sigma^\gamma$$

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\Sigma} = \gamma K \Sigma_0^{\gamma-1}$$

p helyett $\quad h = \frac{\gamma}{\gamma-1} K \Sigma^{\gamma-1}$

ekkor $\quad \frac{\partial \Phi}{\partial R} - \frac{1}{\Sigma}\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial R}(\Phi + h)$

Perturbációszámítás

$$v_R = \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{v_{R0}} + \varepsilon v_{R1}$$

$$v_\phi = \underset{\overset{\shortparallel}{R\Omega(R)}}{v_{\phi 0}} + \varepsilon v_{\phi 1}$$

$$h = h_0 + \varepsilon h_1$$

$$\Sigma = \Sigma_0 + \varepsilon \Sigma_1$$

továbbá

$$v_{R1} = \sum_{m,\omega,k} v_{Ra}\, e^{i(m\phi - \omega t + kr)}$$

$$v_{\phi 1} = v_{\phi a}\, e^{i(m\phi - \omega t + kr)}$$

$$\Phi_1 = \phi_a\, e^{i(m\phi - \omega t + kr)}$$

$$h_1 = h_a\, e^{i(m\phi - \omega t + kr)}$$

$$\Sigma_1 = \Sigma_a\, e^{i(m\phi - \omega t + kr)}$$

$\Rightarrow$

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2$$

κ: epiciklikus körfrekvencia $\sqrt{\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2}}$

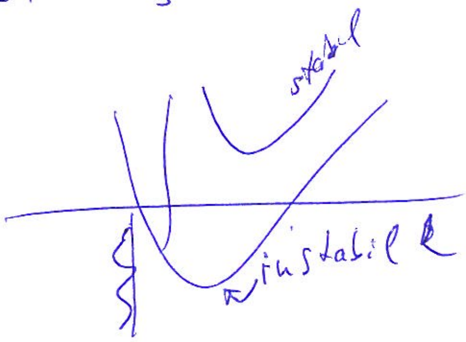
tengelyszimm.

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2$$

instabil ha $\omega^2 < 0$

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2$$

instabil ha $\omega^2 < 0$



diszkrimináns

$$b^2 - 4ac = \cancel{4}\pi^2 G^2 \Sigma^2 - \cancel{4} v_s^2 \geq 0 \quad \text{instabil}$$

$$Q = \frac{v_s^2}{\pi^2 G^2 \Sigma^2} \leq 1 \quad \text{instabil}$$

Toomre - Q

stabil ha $Q > 1$

Csillagokra

$$Q_{csillag} = \frac{\kappa \sigma_R}{3.36\, G \Sigma} > 1 \quad \text{stabil}$$