

Elméleti mechanika

1. pótzárthelyi dolgozat

2004. november 10.

1. Egy m tömegű részecske mozog az alábbi egydimenziós potenciálban:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 \cdot \left(\frac{|x|}{x_0} - 1\right) & \text{ha } |x| \leq x_0 \\ \infty & \text{ha } |x| > x_0 \end{cases}$$

Adjuk meg a periódusidő energiafüggését!

2. Határozzuk meg az m tömegű részecske mozgásának periódusidejét az energia függvényében, ha a potenciál:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 \exp(x/x_0) & \text{ha } x \geq 0 \\ \infty & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

Hasznosak lehetnek az alábbi integrálok:

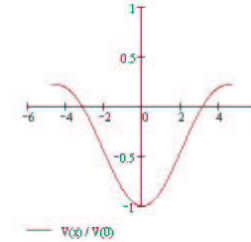
$$\int_{\alpha}^1 \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \arccos(2\alpha - 1),$$

$$\int_{\alpha}^1 \frac{dx}{x\sqrt{1-x}} = 2\operatorname{arth}\sqrt{1-\alpha},$$

$$\int_{\alpha}^1 \frac{dx}{x^2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha}$$

3. Egy m tömegű részecske a $V(r) = -(V_0 \sin r)/r$ centrális potenciáltérben mozog (1. ábra). Határozzuk meg a

- harmonikus közelítés ω_0 körfrekvenciáját,
- a periódusidő energiafüggését az első nemeltűnő rendig!



1. ábra.

4. Egy m tömegű részecske az $V(r) = \alpha r$ centrális potenciáltérben mozog.

- Milyen r_0 sugarú körpálya alakulhat ki?
- Az r_0 sugarú körpályáról kicsit letérítve a részecskét milyen frekvenciájú rezgés alakul ki,
- illetve magába záródó pálya jön-e így létre?

5. Egy m tömegű bolygó kering a

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^3}$$

centrális potenciálban, adott L impulzusmomentummal ($\alpha > 0, \beta > 0$).

- Rajzoljuk fel az $(r, m\dot{r})$ síkon a fázisteret.
- Milyen α, β, L paraméterek esetén alakulhat ki körpálya? Adott paraméterek esetén, a lehetséges körpályák közül melyik stabil, melyik instabil? (Segítség: A stabilitást/instabilitást nem szükséges algebrai számolással bizonyítani.)
- Mekkora a szökési sebesség a bolygóról, ha a bolygó a stabil körpályán kering?

Béri Benjámin, Eisler Viktor, Kocsis Bence