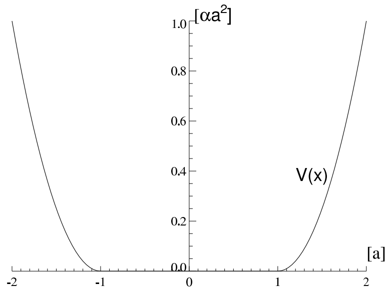
Elméleti mechanika
1. zárthelyi dolgozat

2004. október 12.

1. Egy m tömegű részecske mozog az alábbi egydimenziós potenciálban (1. ábra):

$$V(x) = \begin{cases} \alpha(x+a)^2 & \text{ha } x < -a \\ 0 & \text{ha } -a \le x \le a \\ \alpha(x-a)^2 & \text{ha } a \le x \end{cases}$$

Adjuk meg a periódusidő energiafüggését!



1. ábra.

2. Határozzuk meg az m tömegű részecske mozgásának periódusidejét az energia függvényében, ha a potenciál:

$$V(x) = \varepsilon x^6$$

Hasznosak lehetnek az alábbi integrálok:

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^4}} \approx 1.311, \quad \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^5}} \approx 1.254, \quad \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^6}} \approx 1.214$$

3. Egy m tömegű részecske az $U(r) = -\frac{\beta}{r^3}$ centrális potenciáltérben mozog. Kialakulhatnak-e körpályák, és ha igen stabilak-e? Rajzoljuk föl a rendszer $(r, m\dot{r})$ fázistérképét!

4. Egy R sugarú kör mentén egy, a körhöz rögzített, k rugóállandójú rugóhoz csatolt m tömegű test mozoghat (2. ábra). A testre a rugóerőn kívül a nehézségi erő is hat. A karika függőleges, a rugó nyújtatlan állapotában a test a legmélyebben fekvő ponton van. Mutassuk meg, hogy a potenciál

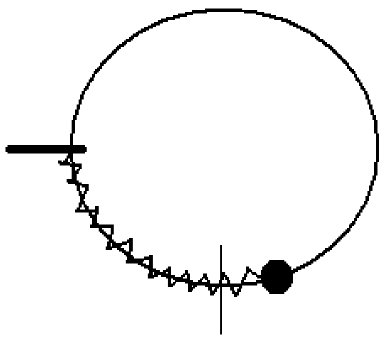
$$V(x) = \frac{\alpha}{2}x^2 - \beta\cos(x)$$

alakba írható! Feltételezve, hogy $\frac{\beta}{\alpha} \ll 1$, határozzuk meg az egyensúlyi helyzet körüli

a) harmonikus közelítés ω_0 körfrekvenciáját,

b) a periódusidő energiafüggését az első nemeltűnő rendig!

Mit jelent a $\frac{\beta}{\alpha} \ll 1$ feltétel rendszer eredeti paramétereire vonatkozóan?



2. ábra.

5. Egy m tömegű részecske mozog az $U(r) = -\frac{\gamma}{r}$ centrális potenciálban $(\gamma > 0)$. Mutassuk meg, hogy az

$$\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{L} - \gamma\frac{\mathbf{r}}{r}$$

mennyiség (a Runge-Lenz vektor) mozgásállandó! Milyen helyzetű ez a vektor a pályához képest?

Béri Benjámin, Eisler Viktor, Kocsis Bence