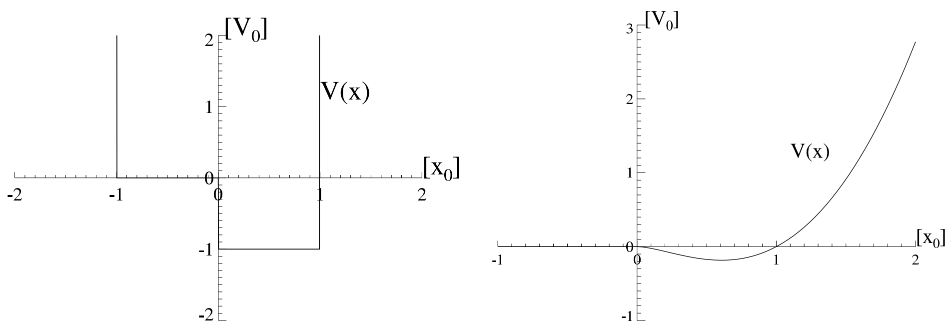
Elméleti mechanika
1. zárthelyi dolgozat

2004. október 12.

1. Egy m tömegű részecske mozog az alábbi egydimenziós potenciálban:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{ha } x < -a \\ 0 & \text{ha } -a \leq x < 0 \\ -a & \text{ha } 0 \leq x < a \\ \infty & \text{ha } a \leq x \end{cases}$$

Adjuk meg a periódusidő energiafüggését!



1. ábra.

2. Határozzuk meg az m tömegű részecske *harmonikus* rezgésének a frekvenciáját, ha az a

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ V_0 \left(\dfrac{x}{x_0}\right)^2 \ln\left(\dfrac{x}{x_0}\right) & \text{ha } 0 < x \end{cases} \tag{1}$$

potenciálban mozog! Rajzoljuk fel a rendszer fázistérképét!

3. Egy részecske a végtelenből v_0 sebességgel érkezik az $U(r) = -\frac{\beta}{r^4}$ centrális potenciáltérbe. Ha nem lenne potenciál, b távolságra haladna el a centrumtól. Határozzuk meg az origótól mért minimális távolságot az energia, illetve az impulzusmomentum függvényében!

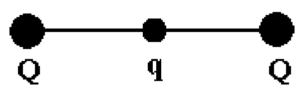
4. Egy $2d$ hosszúságú rúd két végén Q nagyságú töltések vannak. A rúdon, a két töltés között egy m tömegű, q töltésű részecske mozoghat (2. ábra). Mutassuk meg, hogy a potenciál

$$V(x) = \frac{\alpha}{d^2 - x^2}$$

alakba írható! Feltételezve, hogy a rúd hossza sokkal nagyobb, mint a kitérés, határozzuk meg az egyensúlyi helyzet körüli rezgések

a) harmonikus közelítés ω_0 körfrekvenciáját,

b) a periódusidő energiafüggését az első nemeltűnő rendig!



2. ábra.

5. Egy m tömegű részecske mozog az $U(r) = k\ln(r)$ centrális potenciálban ($k > 0$).

a) Kialakulhatnak-e körpályák, és ha igen, stabilak-e?

b) Ha igen, direkt számolással döntsük el, hogy az ezek körüli kis radiális rezgésekhez zárt pályák tartoznak-e?

c) Mekkora energiát kell adni a részecskének, hogy a végtelenbe távozzon?

Béri Benjámin, Eisler Viktor, Kocsis Bence