

# Elméleti mechanika gyakorlat

## Utóvizsga

2005. január 10.

1. Egy pontszerű részecske a következő egydimenziós potenciálban mozog

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{ha } x < -a \\ 0 & \text{ha } a \leq x \leq 0 \\ V_0 (x/a)^2 & \text{ha } 0 < x \leq a \\ \infty & \text{ha } x > a \end{cases} \quad (1)$$

ahol  $V_0$  és  $a$  adott pozitív valós mennyiségek. Adjuk meg az  $E$  energiájú rezgés periódusidejét. Vizsgáljuk mind a  $0 < E < V_0$  és az  $E > V_0$  eseteket. Rajzoljuk fel a fázisdiagrammot.

2. Egy  $R$  sugarú  $M$  tömegű homogén tömör korongot a kerületén fekvő  $P$  pontján egy rugóval a mennyezethez erősítjük. A korong kezdetben statikusan függőlegesen lóg, a rugó hossza ebben a helyzetben  $L$ . Ezután a korongot kis mértékben elmozdítjuk és elfordítjuk. A rendszert magárahagyva érdekes bonyolult mozgást figyelhetünk meg.

Adjuk meg a

- rendszer Lagrange függvényét
- és az Euler-Lagrange egyenleteket,
- illetve a Hamilton függvényt
- és a Hamilton egyenleteket.

Az egyenleteket nem szükséges megoldani és egyszerűsíteni!

3. Egy vékony rugalmas pálcát a középpontján áthaladó, a pálcára merőleges tengely körül állandó  $\omega$  szögsebességgel forgatunk. A pálca mindkét

vége szabad. Adjuk meg az egyensúlyi helyzetben a feszültségtenzort és az elmozdulásteret.

4. Adott egy  $z(r)$  határológörbéjű forgástest alakú pohár, amit megtöltünk vízzel. A pohár aljára egy  $r$  sugarú lyukat fúrunk.

- Milyen sebességgel áramlik ki a víz lyukon és milyen ütemben csökken a vízszint?
- Adjuk meg a  $z(r)$  függvényt, hogy a lyukon mért kiáramlás sebessége ne függjön a vízszint magasságától.

Mivel magyarázható, hogy valóban használható a Bernoulli törvény ebben az esetben?

5. Vizsgáljuk a 2. feladatban a kis rezgések esetét. A stabil egyensúlyi helyzethez képest legyen a korong kezdeti elmozdulása és elfordulása elegendően kicsiny.

- Mivel közelíthető a Lagrange függvény?
- Adjuk meg a linearizált Euler-Lagrange egyenleteket.
- Milyen frekvenciájú rezgések alakulnak ki?

6. Vizsgáljuk a 3. feladatban a középpontján befogott,  $\omega$  szögsebességgel megforgatott,  $D$  hosszúságú rugalmas szálon terjedő transzverzális hullamokat.

- Mennyi idő alatt fut végig a rezgés a szálon?
- Milyen állóhullámok alakulhatnak ki?

Béri Benjámín, Eisler Viktor, Kocsis Bence